

Рассмотрим, как рассчитывается проекция вектора перемещения тела, движущегося равноускоренно, если его начальная скорость \vec{v}_0 равна нулю. В этом случае уравнение

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

будет выглядеть так:

$$s_x = \frac{a_x t^2}{2}.$$

Перепишем это уравнение, подставив в него вместо проекций s_x и a_x модули s и a векторов

¹ Звёздочкой обозначены задачи повышенной сложности.

перемещения и ускорения. Поскольку в данном случае векторы \vec{s} и \vec{a} направлены в одну сторону, их проекции имеют одинаковые знаки. Поэтому уравнение для модулей векторов можно записать:

$$s = \frac{at^2}{2}.$$

Из этой формулы следует, что при прямолинейном равноускоренном движении без начальной скорости модуль вектора перемещения прямо пропорционален квадрату промежутка времени, в течение которого это перемещение было совершено. Это означает, что при увеличении в n раз времени движения (отсчитываемого от момента начала движения) перемещение увеличивается в n^2 раз.

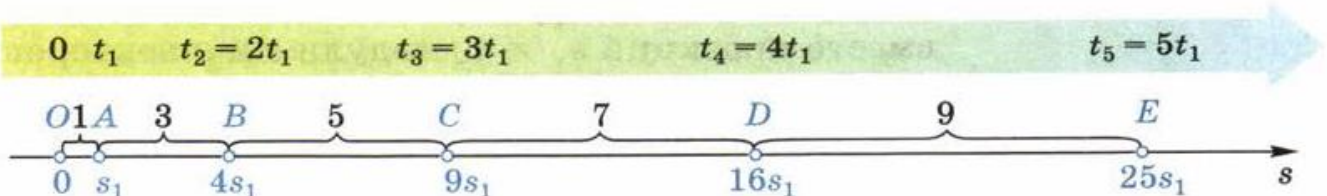
Например, если за произвольный промежуток времени t_1 от начала движения тело совершило перемещение $s_1 = \frac{a}{2}t_1^2$, то за промежуток времени $t_2 = 2t_1$ (отсчитываемый от того же момента, что и t_1) оно совершит перемещение $s_2 = \frac{a}{2} \cdot 4t_1^2 = 4s_1$; за промежуток времени $t_3 = 3t_1$ — перемещение $s_3 = \frac{a}{2} \cdot 9t_1^2 = 9s_1$, за промежуток времени $t_n = nt_1$ — перемещение $s_n = n^2s_1$ (где n — натуральное число).

Эта зависимость модуля вектора перемещения от времени при прямолинейном равноускоренном движении без начальной скорости наглядно отражена на рисунке 15, где отрезки

Рис. 15. Закономерности равноускоренного движения:

$$OA : OB : OC : OD : OE = 1 : 4 : 9 : 16 : 25;$$

$$OA : AB : BC : CD : DE = 1 : 3 : 5 : 7 : 9$$



OA, OB, OC, OD и OE представляют собой модули векторов перемещений (s_1, s_2, s_3, s_4 и s_5), совершённых телом соответственно за промежутки времени $t_1, t_2 = 2t_1, t_3 = 3t_1, t_4 = 4t_1$ и $t_5 = 5t_1$.

Из этого рисунка видно, что

$$OA : OB : OC : OD : OE = 1 : 4 : 9 : 16 : 25, \quad (1)$$

т. е. при увеличении промежутков времени, отсчитываемых от начала движения, в целое число раз по сравнению с t_1 , модули соответствующих векторов перемещений возрастают как ряд квадратов последовательных натуральных чисел.

Из рисунка 15 видна ещё одна закономерность:

$$OA : AB : BC : CD : DE = 1 : 3 : 5 : 7 : 9, \quad (2)$$

т. е. модули векторов перемещений, совершаемых телом за последовательные равные промежутки времени (каждый из которых равен t_1), относятся как ряд последовательных нечётных чисел.

Закономерности (1) и (2) присущи только равноускоренному движению. Поэтому ими можно пользоваться, если необходимо определить, является движение равноускоренным или нет.

Определим, например, было ли равноускоренным движение улитки, которая за первые 20 с движения переместилась на 0,5 см, за вторые 20 с — на 1,5 см, за третьи 20 с — на 2,5 см.

Для этого найдём, во сколько раз перемещения, совершённые за второй и третий промежутки времени, больше, чем за первый:

$$\frac{1,5 \text{ см}}{0,5 \text{ см}} = 3, \quad \frac{2,5 \text{ см}}{0,5 \text{ см}} = 5.$$



Движение улитки можно считать равноускоренным

Значит, $0,5 \text{ см} : 1,5 \text{ см} : 2,5 \text{ см} = 1 : 3 : 5$. Поскольку эти отношения представляют собой ряд последовательных нечётных чисел, то движение тела было равноускоренным.

В данном случае равноускоренный характер движения был выявлен на основании закономерности (2).

Вопросы

1. По каким формулам рассчитываются проекция и модуль вектора перемещения тела при его равноускоренном движении из состояния покоя?
2. Во сколько раз увеличится модуль вектора перемещения тела при увеличении времени его движения из состояния покоя в n раз?
3. Запишите, как относятся друг к другу модули векторов перемещений тела, движущегося равноускоренно из состояния покоя, при увеличении времени его движения в целое число раз по сравнению с t_1 .
4. Запишите, как относятся друг к другу модули векторов перемещений, совершаемых телом за последовательные равные промежутки времени, если это тело движется равноускоренно из состояния покоя.
5. С какой целью можно использовать закономерности (1) и (2)?



УПРАЖНЕНИЕ 8

1. Отходящий от станции поезд в течение первых 20 с движется прямолинейно и равноускоренно. Известно, что за третью секунду от начала движения поезд прошёл 2 м. Определите модуль вектора перемещения, совершённого поездом за первую секунду, и модуль вектора ускорения, с которым он двигался.
- 2*. Автомобиль, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, за пятую секунду разгона проходит 6,3 м. Какую скорость развил автомобиль к концу пятой секунды от начала движения?
- 3*. Некоторое тело за первые 0,03 с движения без начальной скорости переместилось на 2 мм, за первые 0,06 с — на 8 мм, за первые 0,09 с — на 18 мм. На основании закономерности (1) докажите, что в течение всех 0,09 с тело двигалось равноускоренно.